DOI: <https://doi.org/10.32353/khrife.2.2019.24>
УДК 656.08

С. І. Поваляєв,

кандидат технічних наук, доцент, доцент Харківського національного
автомобільно-дорожного університету, м. Харків, Україна,
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9027-0132>
e-mail: povalyaevsi@ukr.net

О. В. Сараєв,

доктор технічних наук, доцент, декан автомобільного факультету
Харківського національного автомобільно-дорожного університету,
м. Харків, Україна,
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6582-560X>
e-mail: sarayev9@gmail.com

МОДЕЛЮВАННЯ МЕХАНІЗМУ ПЕРЕКИДАННЯ ТРАНСПОРТНОГО ЗАСОБУ В ПРОЦЕСІ РОЗВИТКУ ДОРОЖНЬО-ТРАНСПОРТНОЇ ПРИГОДИ

Розроблено математичну модель перекидання транспортного засобу внаслідок наїзду на бічну нерухому перешкоду на основі основного рівняння динаміки для обертowego руху у вигляді диференційного рівняння другого порядку. Отримано розв'язок цього рівняння, визначено умови перекидання транспортного засобу та досліджено основні параметри руху транспортного засобу в процесі перекидання.

Ключові слова: дорожньо-транспортна пригода, транспортний засіб, бічна перешкода, перекидання, моделювання.

Постановка наукової проблеми. Кількість дорожньо-транспортних пригод (ДТП), пов'язаних з перекиданням транспортних засобів (ТЗ), у процентному співвідношенні невелике (до 9 %), однак тяжкість їхніх наслідків значна, тому що травмування людей і значних пошкоджень ТЗ у цьому випадку неминучі. Дослідження таких ДТП пов'язане із труднощами встановлення механізму перекидання, оскільки експертні методики розрахунку не завжди використовують підготовлені математичні моделі. Перекидання ТЗ може відбуватися при втраті курсової (бічної) стійкості на криволінійній траєкторії руху, на негативних ухилах, внаслідок зіткнення або наїзду на перешкоду. Природно, для дослідження таких видів перекидань ТЗ необхідні складання й використання відмінних друг від друга математичних моделей і методик розрахунку.

Аналіз основних досліджень і публікацій. Протягом багатьох років однією з основних методичних вказівок для аналізу ДТП була робота за загальною редакцією професора В. А. Ілларионова¹. У цій

¹ Судебная автотехническая экспертиза : в 2 ч. / под ред. научн. руков. В. А. Илларионова. Ч. 2. Москва : Министерство юстиции СССР, 1980. 490 с.

роботі найбільша увага приділена втраті курсової стійкості на криволінійних ділянках дороги й визначенню критичної швидкості ТЗ.

Більш сучасним методичним посібником з розслідування й експертизи ДТП є довідник С. А. Євтюкова і Я. В. Васильєва¹, де, зокрема, розглянута класифікація причин і завдань дослідження, пов'язаних з перекиданням ТЗ. Загальним недоліком відомих експертних методів реконструкції ДТП, пов'язаних з перекиданням ТЗ, є відсутність готових математичних моделей, що описують механізм перекидання ТЗ. Якщо перекидання ТЗ відбулося в режимі його гальмування, то завдання моделювання механізму ДТП різко ускладнюються, оскільки необхідно врахувати ряд додаткових факторів, що впливають на оцінку параметрів руху ТЗ², та визначити початкову швидкість перед гальмуванням³.

Мета статті. Метою дослідження є розробка й аналіз математичної моделі механізму перекидання дорожнього ТЗ, а також підвищення точності оцінки параметрів руху ТЗ у процесі розвитку ДТП.

Викладення основного матеріалу дослідження. Залежно від дорожньої ситуації можна виділити основні причини перекидання транспортних засобів:

- на повороті або при виконанні маневру під дією відцентрової сили;
- після зіткнення з іншим транспортним засобом;
- при наїзді на перешкоду, коли центр маси транспортного засобу виходить за точку опори;
- внаслідок бічного удару об перешкоду, наприклад, бордюру або колію колесом;
- при виїзді на ділянку дороги з бічним ухилом;
- при наявності відразу декількох з перерахованих вище факторів.

Математична модель процесу перекидання ТЗ. Розглянемо випадок перекидання транспортного засобу внаслідок бічного наїзду на перешкоду, наприклад, бордюру або колію (рис. 1).

¹ Евтюков С. А., Васильев Я. В. Расследование и экспертиза дорожно-транспортных происшествий : монография. Санкт-Петербург : Издательство ДНК, 2004. 280 с.

² Saraiev O. and Gorb Y., A Mathematical Model of the Braking Dynamics of a Car. SAE Technical Paper 2018-01-1893, 2018; Danez S., Saraiev O. Mathematical modeling of speed change of vehicles at emergency braking. Technology audit and production reserves. 2018. № 3/1 (41). P. 22–28.

³ Сараев А. В., Данец С. В. Методы исследования дорожно-транспортных происшествий с использованием современных автоматизированных средств. Наука и техника. 2019. Т. 18, № 3. С. 256–264. URL : <https://doi.org/10.21122/2227-1031-2019-18-3-256-26> (дата звернення 18.05.19).

Рис. 1. Схема зовнішніх сил і моментів, що діють на ТЗ при перекиданні після наїзду на нерухому перешкоду

На рис. 1: γ — кут наїзду на нерухому бічну перешкоду; $F_{\text{и}}$ — бічна сила інерції, що виникає при наїзді колеса на нерухому бічну перешкоду; $M_{\text{и}}$ — момент сил інерції при перекиданні ТЗ; G — сила тяжіння ТЗ; m — маса ТЗ, кг; R_y , R_z — відповідно поперечна й вертикальна реакції в плямі контакту колеса з опорною поверхнею (точці перекидання); ω і ϵ — кутова швидкість і прискорення (уповільнення) центра мас ТЗ при перекиданні; h — висота центра мас ТЗ при перекиданні, що змінюється від значення $h_{\text{и}}$ до h_{max} ; h_1 — висота перешкоди; B — колія ТЗ; III — ширина профілю шини колеса; β_k — кут повороту ТЗ при перекиданні, що змінюється від 0 до значення β_k , яке можна визначити з формулою:

$$\beta_k = 90^\circ - \arctg \left(\frac{2 \cdot h_{\text{и}}}{B + \text{III}} \right). \quad (1)$$

У процесі перекидання на ТЗ діють момент сил інерції, що виникає в результаті вповільнення ТЗ і момент $m \cdot g \cdot y$, що створюється силою тяжіння навколо точки перекидання. Причому плече сили тяжіння змінюється від значення y_{max} до 0 при досягненні центром мас ТЗ крайнього верхнього положення.

Мінімальну швидкість ТЗ, при якій відбудеться його перекидання, можна знайти на підставі закону збереження енергії.

Відповідно до закону збереження енергії повна енергія ТЗ до перекидання дорівнює повної енергії ТЗ у момент перекидання.

$$\frac{m \cdot (V \cos \gamma)^2}{2} + \frac{m \cdot (V \sin \gamma)^2}{2} + m \cdot g \cdot h_{\text{ц}} = \frac{m \cdot (V \cos \gamma)^2}{2} + m \cdot g \cdot h_{\text{max}} + E_{\text{деф.1}} + E_{\text{деф.2}}, \quad (2)$$

де V — лінійна швидкість руху ТЗ перед перекиданням, м/с;

$E_{\text{деф.1}}$ — енергія, поглинена пружною деформацією кузова (рами)

ТЗ, Дж;

$E_{\text{деф.2}}$ — енергія, поглинена пружною деформацією шин ТЗ, Дж.

Максимальна висота підйому центра мас ТЗ

$$h_{\text{max}} = \sqrt{\left(\frac{B + III}{2}\right)^2 + (h_{\text{ц}})^2}. \quad (3)$$

Енергією, що витрачається на пружну деформацію елементів ТЗ, можна знехтувати. Тоді із вираження (2) визначається швидкість ТЗ (критична швидкість), при якій може відбутися перекидання при ударі колеса об нерухому бічну перешкоду.

$$V_{\text{кр}} = \frac{\sqrt{2 \cdot g \cdot (h_{\text{max}} - h_{\text{ц}})}}{\sin \gamma}. \quad (4)$$

Відповідно до вираження (4) критична швидкість, при якій настає перекидання ТЗ після удару об бічну нерухливу перешкоду, буде тим нижче, чим менше колія й ширина колеса ТЗ, і більше кут між поступальним рухом ТЗ і бічною нерухомою перешкодою.

Реальна швидкість руху ТЗ перед перекиданням може значно перевищувати ту критичну швидкість (4), необхідну для перекидання. Для подальшого вивчення механізму перекидання розглянемо механізм перекидання ТЗ від моменту відриву коліс ТЗ до моменту, коли центр ваги ТЗ буде на висоті h_{max} .

Якщо записати рівняння динаміки для обертового руху ТЗ щодо точки перекидання, можна одержати математичну модель процесу перекидання ТЗ:

$$J \cdot \frac{d^2 \beta}{dt^2} = -m \cdot g \cdot h_{\text{max}} \cdot \sin(\beta_k - \beta), \quad (5)$$

де J — момент інерції ТЗ щодо точки перекидання, що може бути виражений через $J_{\text{ц}}$ — момент інерції ТЗ щодо поздовжньої осі, що проходить через його центр мас:

$$J = J_{\text{ц}} + m \cdot h_{\text{max}}^2. \quad (6)$$

Представимо диференційне рівняння (5) у вигляді

$$\frac{d^2 \beta}{dt^2} + k \cdot \sin(\beta_k - \beta) = 0, \quad (7)$$

$$\text{де } k = \frac{m \cdot g \cdot h_{\text{max}}}{J}.$$

У результаті розв'язання рівняння (7) при початкових умовах $d\beta/dt(t=0) = \omega_0$ і $\beta(t=0) = 0$ можна одержати вираження для визначення кутової швидкості як функції кута повороту у вигляді:

$$\frac{d\beta}{dt} = \sqrt{\omega_0^2 + 2 \cdot k \cdot (\cos \beta_k - \cos(\beta_k - \beta))} = \omega. \quad (8)$$

Виразення (8) дозволяє визначити зміну кутової швидкості в процесі перекидання ТЗ.

Початкову кутову швидкість перекидання ТЗ можна виразити через швидкість руху ТЗ на підставі закону збереження енергії, розглянувши момент переходу від поступального руху центра мас ТЗ до обертового руху ТЗ навколо точки перекидання. Оскільки зміна положення центра мас відсутня, потенційна енергія ТЗ не міняється, а кінетична енергія

$$\frac{m \cdot (V \sin \gamma)^2}{2} = \frac{J \cdot \omega_0^2}{2}. \quad (9)$$

Звідси початкова кутова швидкість перекидання ТЗ

$$\omega_0 = V \sin \gamma \sqrt{\frac{m}{J}}. \quad (10)$$

Розв'язання рівняння (7) дозволяє також визначити час перекидання ТЗ як функцію кута повороту:

$$t = \int_0^{\beta} \frac{d\beta}{\sqrt{\omega_0^2 + 2 \cdot k \cdot (\cos \beta_k - \cos(\beta_k - \beta))}}. \quad (11)$$

Визначення інтеграла в правій частині вираження (11) аналітично приводить до значного ускладнення рішення, тому визначимо його чисельно, застосувавши кусочно-постійну апроксимацію функцій часу¹.

$$t_n = \sum_{i=0}^n \frac{\Delta\beta}{\sqrt{\omega_0^2 + 2 \cdot k \cdot (\cos \beta_k - \cos(\beta_k - i \cdot \Delta\beta))}}, \quad (12)$$

де $\Delta\beta$ — крок дискретизації по куту повороту, $n=0 \dots N$, $N = \beta_k / \Delta\beta$.

Виразення (12) дозволяє визначити час, за який відбудеться перекидання ТЗ.

Крім дослідницьких завдань у прямій постановці, таких, як визначення зміни кутової швидкості в процесі перекидання ТЗ (8) і часу, за який відбудеться перекидання ТЗ (12), розроблена математична модель дозволяє вирішувати зворотні завдання:

1. Визначити мінімальне (критичне) значення швидкості ТЗ, що призведе до його перекидання.

Для цього необхідно розглянути випадок хиткої рівноваги, при якому висота центра мас ТЗ $h=h_{max}$. При цьому $\beta = \beta_k$, $\omega=0$. У результаті з вираження (8) одержимо початкову кутову швидкість при перекиданні ТЗ:

$$\omega_0 = \sqrt{2 \cdot k \cdot (1 - \cos \beta_k)}. \quad (13)$$

Звідси з урахуванням (9) критична швидкість руху ТЗ у момент початку перекидання

¹ Янгутин Е. Г., Янчевский И. В. Импульсные воздействия на упругодеформируемые элементы конструкций. Харьков : Изд-во ХАДИ, 2001. 184 с.

$$V_{кр} = \frac{\sqrt{2 \cdot k \cdot (1 - \cos \beta_k)}}{\sin \gamma} \sqrt{\frac{J}{m}} = \frac{\sqrt{2 \cdot g \cdot h_{max} \cdot (1 - \cos \beta_k)}}{\sin \gamma}. \quad (14)$$

З урахуванням того, що $k = m \cdot g \cdot h_{max} / J$, $h_{max} \cdot \cos \beta_k = h_y$, виходить тотожна рівність вираження (14) і (4), що підтверджує вірогідність результатів, отриманих різними методами.

2. Знаючи час перекидання ТЗ, визначити його реальну швидкість до перекидання на підставі виражень (12) і (9).

Як приклад для аналізу математичної моделі процесу перекидання ТЗ розглянемо автобус із наступними основними технічними характеристиками: висота центра мас ТЗ — $h_y = 0,06$ м; колія ТЗ $B = 2$ м; ширина профілю шини колеса $III = 0,2$ м; маса ТЗ у спорядженому стані $m = 18000$ кг; момент інерції ТЗ щодо поздовжньої осі, що проходить через його центр мас $J_y = 13478$ кг·м². Кут наїзду на нерухому бічну перешкоду прийемо $\gamma = 10^\circ$.

У результаті чисельного моделювання отримано графіки зміни кутової швидкості від кута повороту β у процесі перекидання ТЗ (рис. 2). Графіки побудовані при початковій швидкості ТЗ 10, 15, 20 і 25 м/с.

Рис. 2. Зміна кутової швидкості ТЗ при перекиданні

Як видно з рис. 2, при збільшенні кута повороту β кутова швидкість перекидання ТЗ зменшується від початкового значення ω_0 до 0 с^{-1} . При цьому за час зменшення кутової швидкості до 0 с^{-1} ТЗ повертається на різний кут β . Якщо його величина не перевищує значення $\beta_k = 1,071$ рад, при якому центр мас ТЗ займає крайнє верхнє положення, ТЗ повернеться в початкове положення й перекидання не відбудеться (криві 1 і 2). У випадку, якщо за час повороту ТЗ на кут $\beta = \beta_k$ кутова швидкість не зменшилась до 0, відбудеться перекидання ТЗ (крива 4). Швидкість, при якій за час повороту ТЗ на кут $\beta = \beta_k$ кутова швидкість зменшилась до 0, є критичною швидкістю ТЗ по перекиданню (крива 3).

Дана математична модель дозволяє також визначити час перекидання ТЗ (час, за який центр мас ТЗ переміщується з початкового положення в крайнє верхнє положення) як функцію швидкості ТЗ (рис. 3).

При збільшенні поздовжньої швидкості в момент початку перекидання ТЗ від 0 до значення критичної швидкості по перекиданню (рис. 5), час перекидання дійсних значень не має (значення інтеграла (11) перебувають у комплексній площині). Фізично це означає, що перекидання ТЗ не відбулося. Після перевищення поздовжньої швидкості ТЗ значення, що відповідає критичній швидкості ТЗ по перекиданню, час перекидання зменшується зі збільшенням поздовжньої швидкості ТЗ.

Рис. 3. Час перекидання ТЗ

На рис. 4 показано, як залежить критична швидкість ТЗ, що приводить до його перекидання, від величини кута наїзду на бічну перешкоду.

Рис. 4. Критична швидкість ТЗ при перекиданні

Як видно з рис. 4, з ростом величини кута наїзду на бічну перешкоду від 0 до 1,571 рад, що відповідає діапазону від 0 до 90°, мінімальна швидкість ТЗ, що приводить до його перекидання, зменшується.

Висновки. Нами розроблено математичну модель, яка дозволяє визначити умови перекидання транспортних засобів та дослідити основні параметри руху транспортних засобів у процесі перекидання від моменту початку підйому центра мас транспортного засобу до моменту його максимального підйому. Співставлення результатів розрахунку критичної швидкості транспортних засобів з результатами, що отримані на основі закону збереження енергії, показало, що результати повністю узгоджуються. Чисельні результати, отримані під час використання математичної моделі для конкретного транспортного засобу, повністю відповідають фізиці процесу перекидання транспортних засобів.

References

- Sudebnaja avtotehnicheskaja ekspertiza* (1980). v 2 ch. / pod red. nauchn. rukov. V. A. Ilarionova. Ch. 2. Moskva: Ministerstvo justicii SSSR [in Russian].
- Evtjukov, S. A., Vasil'ev, Ja. V. (2004). *Rassledovanie i ekspertiza dorozhno-transportnyh proisshestvij*: monografija. Sankt-Peterburg: Izdatel'stvo DNK [in Russian].
- Saraiev, O. and Gorb, Y. (2018). *A Mathematical Model of the Braking Dynamics of a Car*. SAE Technical Paper 2018-01-1893.
- Danez, S., Saraiev, O. (2018). *Mathematical modeling of speed change of vehicles at emergency braking*. *Technology audit and production reserves*. № 3/1(41). 22–28.
- Saraev, A. V. (2019). *Metody issledovanija dorozhno-transportnyh proisshestvij s ispol'zovaniem sovremennyh avtomatizirovannyh sredstv*. *Nauka i tehnika*. T. 18, № 3. 256–264. URL: <https://doi.org/10.21122/2227-1031-2019-18-3-256-26> [in Russian].
- Janjutin, E. G., Janchevskij, I. V. (2001). *Impul'snye vozdejstvija na upravodeformiruemye jelementy konstrukcij*. Har'kov: Izd-vo HADI [in Russian].

С. И. Поваляев, А. В. Сараев

МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕХАНИЗМА ОПРОКИДЫВАНИЯ ТРАНСПОРТНОГО СРЕДСТВА В ПРОЦЕССЕ РАЗВИТИЯ ДОРОЖНО- ТРАНСПОРТНОГО ПРОИСШЕСТВИЯ

Разработке математических моделей опрокидывания транспортных средств уделяется значительное внимание многими исследователями вследствие необходимости получения достоверной информации обстоятельств дорожно-транспортных происшествий. Исследование дорожно-транспортных происшествий с опрокидыванием транспортных средств связано с трудностью установления механизма опрокидывания, поскольку экспертные методики расчета не всегда используют подготовленные математические модели. Большинство методик фокусируются на определении минимальной (критической) скорости транспортных средств, которая приводит к его опрокидыванию. Однако

реальная скорость транспортных средств перед опрокидыванием может быть значительно выше. В данной работе приведена математическая модель процесса опрокидывания транспортных средств после наезда на недвижимое боковое препятствие. При этом на транспортное средство действует опрокидывающий момент, обусловленный инерционными силами, и момент от силы тяжести, который удерживает транспортное средство от опрокидывания. Необходимо отметить, что плечо момента от силы тяжести изменяется от максимального значения до 0 в процессе опрокидывания транспортного средства. Математическая модель базируется на основном уравнении динамики для вращательного движения. Разработанная математическая модель есть нелинейным однородным дифференциальным уравнением второго порядка. Получено решение этого уравнения, которое позволяет определить условия опрокидывания транспортных средств и исследовать основные параметры движения транспортных средств в процессе опрокидывания от момента начала подъема центра масс транспортного средства до момента его максимального подъема. Проведено сопоставление результатов расчета критической скорости транспортных средств с результатами, полученными на основе закона сохранения энергии. Результаты полностью согласовываются. Проанализированы результаты, полученные при использовании математической модели для конкретного транспортного средства.

Ключевые слова: дорожно-транспортное происшествие, транспортное средство, боковое препятствие, опрокидывание, моделирование.

S. Povalyaev, O. Saraiev

MODELING OF THE MECHANISM OF VEHICLE OVERTURNING IN THE PROCESS OF DEVELOPMENT OF ROAD TRAFFIC ACCIDENT

The development of mathematical models of vehicle overturning has been given significant attention by many researchers because of the need to obtain reliable information on the circumstances of road traffic accidents. Research of road traffic accidents with the overturning of vehicles is related with the difficulty to determinate the mechanism of overturning, because expert calculation methods do not always use the adapted mathematical models. Most of the methods focus on determining the minimum (critical) speed of vehicles, which leads to its overturning. However, the real speed of vehicles before overturning can be much higher. In this paper, a mathematical model of the process of vehicle overturning after a collision with an immovable lateral obstacle is given. Thus the overturning moment caused by the inertia forces acts on the vehicle, and the moment from the gravity that holds the vehicle from overturning. It is necessary to mark that the shoulder of moment from gravity changes from a maximal value to 0 in the process of vehicle overturning. The mathematical model is based on the basic equation of dynamics for rotational motion. The developed mathematical model is a nonlinear homogeneous differential equation of second order. A solution of this equation is obtained that allows us to determine the conditions for the vehicles overturning and to investigate the basic parameters of the movement of vehicles in the process of overturning from the moment when the center of mass of the vehicle begins to rise until the moment of its maximum lifting. A comparison of the results of calculating the critical speed of vehicles with results obtained on the basis of the law of energy conservation was carried out. The results are fully agreed. The numerical results obtained using a mathematical model for a particular vehicle have been analyzed.

Keywords: road traffic accident, vehicle, lateral obstacle, overturning, modeling.

Надійшла до редколегії 12.10.2019